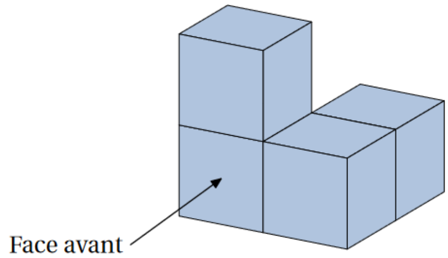
Exercice 1 :

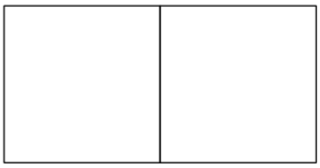
Voici quatre affirmations. Pour chacune d'entre elles, **justifier** si elle est vraie ou fausse.



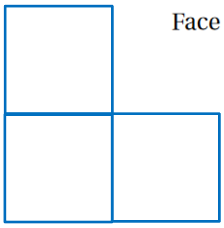
1) Voici un assemblage de quatre cubes identiques représenté en perspective cavalière.

Affirmation n°1 : « La vue de droite est représentée par le dessin ci-dessous. »

(Le dessin n'est pas à l'échelle)



L'affirmation est fausse. La vue de droite est la suivante :



2) On considère deux expériences aléatoires.

Dans la première expérience aléatoire, on tire une boule dans une urne opaque et on annonce sa couleur. Dans l'urne, il y a 4 boules rouges et 6 boules bleues indiscernables au toucher.

Dans la seconde expérience aléatoire, on lance un dé non truqué avec des faces numérotées de 1 à 6 et on annonce le nombre qui apparaît sur la face du dessus.

Affirmation n°2 : « La probabilité d'obtenir une boule bleue dans l'urne est supérieure à la probabilité d'obtenir un nombre pair avec le dé. »

La probabilité d'obtenir une boule bleue dans l'urne est $\frac{6}{10} = 0,6$

La probabilité d'obtenir un nombre pair avec le dé est $\frac{3}{6} = 0,5$

Donc l'affirmation est vraie car $0,6 > 0,5$

3) Voici les prix en euros d'un vêtement relevés dans différents magasins : **12 ; 15 ; 10 ; 7 ; 13.**

Affirmation n°3A : La moyenne des prix est 11,40 €.

Moyenne : $(12 + 15 + 10 + 7 + 13) \div 5 = 57 \div 5 = 11{,}4$

L'affirmation 3A est vraie.

Affirmation n°3B : La médiane des prix est 10 €.

Il faut ranger les nombres dans l'ordre croissant : $7 < 10 < 12 < 13 < 15$

La médiane est donc 12. L'affirmation 3B est fausse.

4) Lors d'un entraînement, une élève court 20 m en 6 secondes.

Affirmation n°4 : Lors de cet entraînement, sa vitesse moyenne était de 14 km/h

On sait qu'une heure vaut 3 600 s. On a :

Distance (m)	20	?
s	6	3 600

On a donc $20 \times 3600 \div 6 = 12\,000$

Sa vitesse moyenne est donc de 12 000 m/h soit 12 km/h. L'affirmation C est fausse

Exercice n°2 :

Un entraîneur de sport prépare deux circuits d'entraînement contenant plusieurs exercices de cardio et de renforcement musculaire :

- un circuit commence à l'exercice 1 et se termine en revenant à l'exercice 1 ; le circuit 1 contient cinq exercices. Chaque exercice dure 40 secondes et doit être suivi de 16 secondes de repos permettant de se rendre à l'exercice suivant ;
- le circuit 2 contient dix exercices. Chaque exercice dure 30 secondes et doit être suivi de 5 secondes de repos permettant de se rendre à l'exercice suivant.

1) Montrer que le circuit 1 s'effectue en 280 secondes et que le circuit 2 s'effectue en 350 secondes :
   - Le circuit 1, c'est quand on enchaîne cinq fois de suite 40 secondes d'exercice et 16 secondes de repos, soit 5 fois 40 + 16 = 56 secondes.
   On a donc bien besoin de : $5 \times 56 = 280$ secondes pour effectuer le circuit 1.

   - Pour le circuit 2 : même principe, on enchaîne dix fois 30 secondes d'exercice et 5 secondes de repos :
   $10 \times (30 + 5) = 10 \times 35 = 350$
   Il faut bien 350 secondes pour effectuer le circuit 2.

2) Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de 280 et 350 :

   La décomposition de 280 en produit de facteurs premiers est : $280 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7$

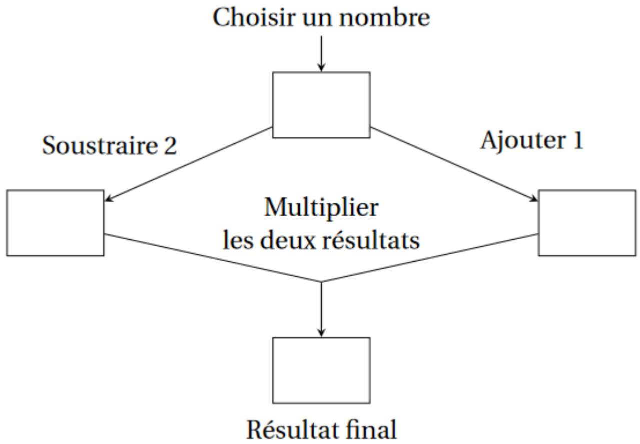
   Celle de 350 est : $350 = 2 \times 5 \times 5 \times 7$

3) Une séance d'entraînement est constituée de plusieurs tours du même circuit. Au coup de sifflet de l'entraîneur, Camille commence une séance d'entraînement sur le circuit 1 et Dominique sur le circuit 2.
   a) Expliquer pourquoi, lorsque 2 800 s se sont écoulées à partir du coup de sifflet, Camille se trouve de nouveau au départ du circuit 1 : Lorsque 2 800 secondes se sont écoulées à partir du coup de sifflet, Camille se trouve de nouveau au départ du circuit 1 car $2\,800 = 10 \times 280$,
   donc comme 10 est un nombre entier, cela signifie que Camille a effectué 10 fois le circuit 1 complètement, et n'a pas encore commencé la 11e répétition : Camille est donc à nouveau au départ du circuit 1.
   b) Préciser où se trouve Dominique sur le circuit 2 lorsque 2 800 s se sont écoulées.
   On a : $2\,800 \div 350 = 8$.
   Au bout de ces 2 800, Dominique a donc parcouru exactement 8 parcours 2 : elle est donc au départ

c) Après le coup de sifflet, combien de temps faut-il à Camille et Dominique pour se retrouver en même temps pour la première fois au départ de leur circuit ? Exprimer cette durée en minute et seconde.
   Après le coup de sifflet, la première fois où Camille et Dominique se retrouvent en même temps au départ de leur circuit est pour un nombre de secondes qui est le multiple commun à 280 et à 350 le plus petit possible.
   Les facteurs premiers de 280 et de 350 sont les mêmes : 2, 5 et 7.
   Pour qu'un nombre soit divisible par 280, il faut au moins trois facteurs 2, au moins un facteur 5 et au moins une fois le facteur 7 au moins une fois.
   Pour qu'un nombre soit divisible par 350, il faut au moins un facteur 2, au moins deux facteurs 5 et au moins une fois le facteur 7.
   En réunissant ces critères, il faut donc $23 \times 52 \times 7 = 1\,400$ secondes pour que Camille et Dominique se retrouvent pour la première en même temps au départ de leur circuit.
   Comme $1\,400 = 1\,200 + 200 = 20 \times 60 + 180 = 20 \times 60 + 3 \times 60 + 20 = 23\times, 60 + 20$,
   on a **1 400 s = 23 min 20 s.**
   (C'est logique : après 2 800 s les deux avaient fait un nombre pair de tours complets, donc en divisant le temps par 2, ils ont encore fait un nombre entier de tours complets chacun, et donc se retrouvent au début du circuit).

Exercice n°3 :

Voici un programme de calcul :



1) Le script ci-dessous, écrit avec un logiciel de programmation, correspond au programme de calcul ci-contre.
Compléter les lignes 3, 4 et 5. Aucune justification n'est attendue.

2) On choisit comme nombre de départ x. Donner l'expression du résultat donné par ce programme de calcul.
$(x-2)(x+1)$

Soit la fonction g définie, pour un nombre x donné par $g(x) = x^2 - x - 2$

3) Calculer l'image du nombre -5 par la fonction g.
$g(-5) = (-5)^2 - (-5) - 2 = 25 + 5 - 2 = 28$

4) Prouver que $(x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$
$(x-2)(x+1) = x \times x + x \times 1 - 2 \times x - 2 \times 1$
$= x^2 + x - 2x - 2$
$= x^2 - x - 2$

5) En déduire les antécédents de 0 par la fonction g.
Chercher les antécédents de 0 par la fonction g, c'est trouver les valeurs x telles que $g\,(x) = \ 0$, c'est-à-dire résoudre l'équation $(x-2)(x+1) = 0$.
$(x - 2)(x + 1) = 0$
$(x - 2) = 0$ ou $(x + 1) = 0$ d'après la règle du produit nul
$x = 2$ ou $x = -1$

L'équation a deux solutions : 2 et -1. Les antécédents de 0 sont -1 et 2 par la fonction g.

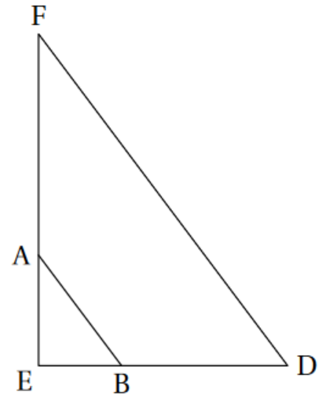
6) Parmi les trois graphiques ci-dessous, lequel correspond à la représentation graphique de la fonction g ? **le 3**

7) Quelle est la nature de la fonction représentée par le graphique n°2 ? fonction affine

8) Quelle est l'image du nombre 1 sur le graphique n°2 ? L'image de 1 est 4

9) Quel est l'antécédent du nombre 1 sur le graphique n°2 ? L'antécédent de 1 est environ -0,5.

Exercice n°4 :



Sur la figure ci-contre :

- les points E, A et F sont alignés ;
- les points E, B et D sont alignés ;
- les droites (FD) et (AB) sont parallèles ;
- AE = 4,4 cm ; EB = 3,3 cm ; AB = 5,5 cm et BD = 6,6 cm.

(La figure n'est pas en grandeur réelle)

1) Démontrer que le triangle ABE est rectangle.

Dans le triangle ABE, le côté le plus long est [AB].

On a, d'une part : $AB^2 = 5,5^2 = 30,25$.

D'autre part : $AE^2 + EB^2 = 4,4^2 + 3,3^2 = 19,36 + 10,89 = 30,25$.

On constate que : $AB^2 = AE^2 + EB^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle AEB est rectangle en E, [AB] étant l'hypoténuse.

2) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABE}$, arrondie au degré.

Dans le triangle AEB, rectangle en E, on a :

$$\cos \widehat{ABE} = \frac{EB}{AB}$$

$$\cos \widehat{ABE} = \frac{3,3}{5,5}$$

En utilisant la fonction arccos on trouve la mesure de l'angle $\widehat{ABE}$:

$$\widehat{ABE} = \arccos\,(3,3 \div 5,5) \approx 53$$

L'angle $\widehat{ABE}$ mesure environ 53°.

3) Calculer la longueur FD.

Puisque les points E, A et F sont alignés, dans cet ordre, que les points E, B et D sont alignés dans le même ordre et que les droites (AB) et (FD) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès, on sait que :

$$\frac{EB}{ED} = \frac{EA}{EF} = \frac{AB}{FD}$$

ED = EB + BD = 3,3 + 6,6 = 9,9

$$\frac{3,3}{9,9} = \frac{4,4}{EF} = \frac{5,5}{FD}$$

Donc $FD = 5,5 \times 9,9 \div 3,3 = 16,5$

<u>Exercice n°5 :</u>

Des amis habitent Strasbourg et préparent leurs vacances. Cette année ils ont décidé de partir découvrir une grande ville française pendant une semaine. Pour s'y rendre, ils louent une voiture. Une fois arrivés sur place, ils feront ensuite tous les trajets à pied ou en transport en commun.

Une agence de location de voitures propose les trois formules suivantes pour une location sur 1 semaine :

Formule A	Formule B	Formule C
0,50 € pour chaque kilomètre parcouru.	Forfait fixe de 300 € puis 0,25 € pour chaque kilomètre parcouru.	Forfait fixe de 900 € pour un kilométrage illimité.

Tableau indicatif des distances (en km) entre des villes françaises.

Bordeaux						
675	Grenoble					
792	771	Lille				
555	280	1 005	Marseille			
338	741	584	909	Nantes		
546	585	215	772	379	Paris	
907	506	498	803	864	442	Strasbourg

Que représente le nombre dans la cellule grisée ? C'est la distance Grenoble - Nantes

PARTIE A : Les amis souhaitent se rendre à Marseille. Ils ont un budget de 1 000 € pour le voyage.

1) Quelle distance, en km, vont-ils parcourir pour le trajet aller-retour ? $803 + 803 = 1606$
2) En choisissant la formule B, montrer que la location de voiture coûtera 701,50 €.
   $300 + 0{,}25 \times 1606 = 701{,}5$
3) Quelle est la formule la plus avantageuse pour le trajet aller-retour ?
   Formule A : $0{,}5 \times 1606 = 803$
   Formule B : 701,5
   Formule C : 900
   La formule la plus avantageuse est la B.

4) Voici les informations pour le voyage :

Information 1	Information 2	Information 3
Prix moyen du gazole en 2023 1,87 € par litre	**Voiture proposée** Type de carburant : gazole Consommation : 5,6 L pour 100 km	**Coût total pour les péages** 115,80 €.

Leur budget sera-t-il suffisant ?

$1606 \div 100 = 16{,}06$ et $16{,}06 \times 5{,}6 = 89{,}936$ Il leur faudra 89,936 litres de gazole

$89{,}936 \times 1{,}87 = 168{,}18032$ Ils doivent prévoir 168,18 € de carburant.

Cout total : (location+péage+carburant)

$701{,}5 + 168{,}18 + 115{,}80 = 985{,}48$ **Leur budget sera suffisant.**

Partie B : Étude des formules

Formule A	Formule B	Formule C
0,50 € pour chaque kilomètre parcouru.	Forfait fixe de 300 € puis 0,25 € pour chaque kilomètre parcouru.	Forfait fixe de 900 € pour un kilométrage illimité.

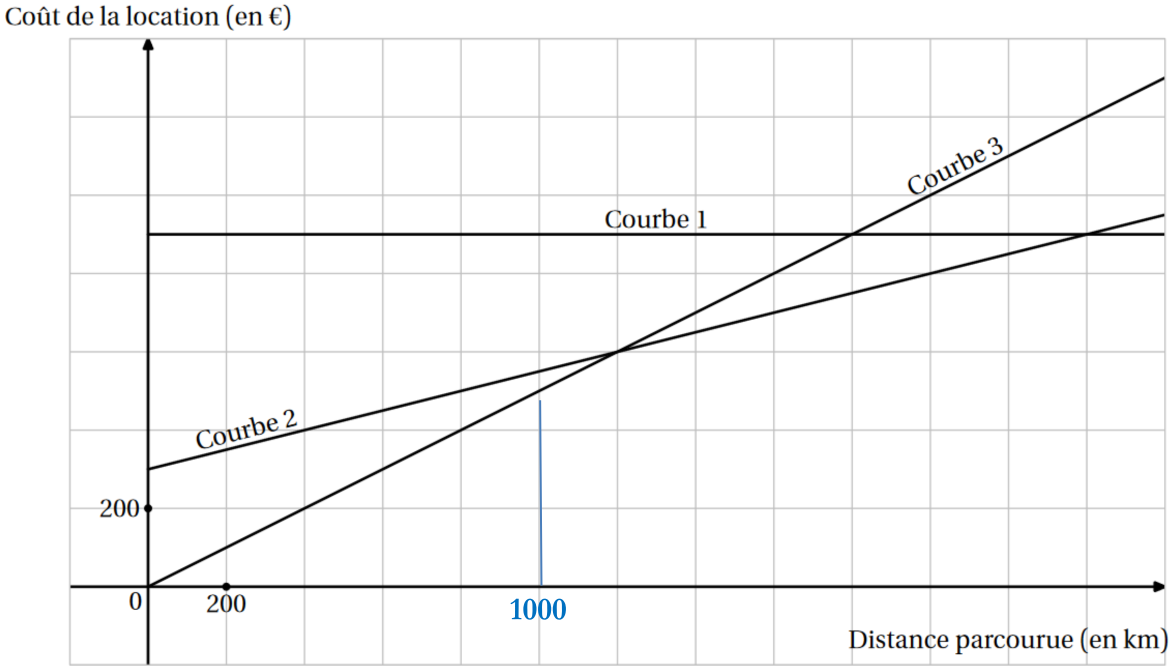
5) Soit x le nombre de kilomètres parcourus. Exprimer en fonction de x le prix payé pour chaque formule de location.

   Formule A : $0{,}50 \times x$

   Formule B : $300 + 0{,}25 \times x$

   Formule C : 900

6) On a représenté ci-dessous, pour chacune des formules, le coût de la location (en euros) en fonction de la distance parcourue (en kilomètres). Associer chaque courbe à la formule de location correspondantes.



Formule A : courbe 3 (fonction linéaire)
Formule B : courbe 2 (fonction affine)
Formule C : courbe 1 (fonction constante à 900)

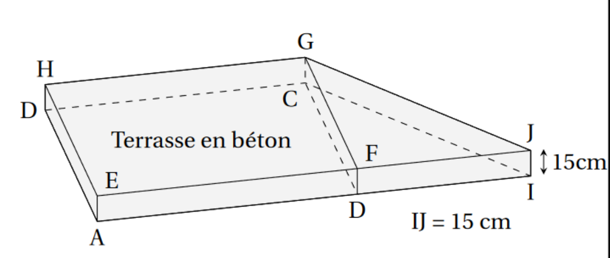
7) Si la distance parcourue est 1 000 km, quelle formule doit-on choisir pour payer le moins cher ? **Courbe 3 (A)**
8) Donner une distance parcourue pour laquelle la formule B est la plus intéressante : de 1 200 km à 2 400 km

9) Déterminer graphiquement quelle formule de location est la moins chère en fonction de la distance parcourue pour une distance inférieure à 2 600 km
De 0 à 1 200 km : courbe 3 (formule A) la plus avantageuse
De 1 200 km à 2 400 km : courbe 2 (formule b) la plus avantageuse
Au-delà de 2 400 km : courbe 1 (formule C) la plus avantageuse

Exercice n°6 :

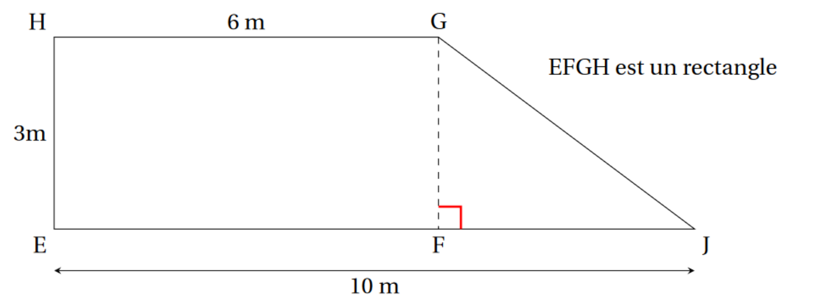
M. et Mme Martin veulent construire une terrasse en béton dans leur jardin.
Ils souhaitent que leur terrasse ait une hauteur de 15 cm.
Les représentations ci-dessous ne sont pas à l'échelle.

Vue en perspective de la terrasse



Rappel :
Le volume d'un prisme est donné par la formule :
$V = \text{Aire}_{\text{base}} \times \text{Hauteur}$

Vue de dessus de la terrasse



1) Montrer que FJ = 4 m.
Comme F appartient au segment [EJ] alors on a : FJ = EJ − EF = 10 − 6 = m. [FJ] mesure 4 m.

2) Afin de pouvoir couler le béton, M. et Mme Martin doivent délimiter la terrasse en installant des planches tout autour. Quelle longueur de planches doivent-ils acheter au minimum ?
On doit calculer la longueur GJ. Dans le triangle GFJ rectangle en F, le théorème de Pythagore permet d'écrire :
$GJ^2 = GF^2 + FJ^2$
$GJ^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
$GJ = \sqrt{25} = 5$
La longueur ℓ nécessaire est : $\ell = 10 \text{ m} + 3 \text{ m} + 6 \text{ m} + 5 \text{ m} = 24 \text{ m}$

3) Calculer le volume de la terrasse en m³ :
La terrasse est un prisme droit de hauteur 15 cm. Sa base est EJGH dont l'aire $\mathcal{A}$ est :

$$\mathcal{A} = \text{Aire}_{\text{EFGH}} + \text{Aire}_{\text{GFJ}}$$
$$\mathcal{A} = \text{EF} \times \text{EH} + \frac{\text{FJ} \times \text{GF}}{2}$$
$$\mathcal{A} = 6 \text{ m} \times 3 \text{ m} + \frac{4 \text{ m} \times 3 \text{ m}}{2}$$
$$\mathcal{A} = 18 \text{ m}^2 + 6 \text{ m}^2$$
$$\mathcal{A} = 24 \text{ m}^2$$

donc le volume $\mathcal{V}$ de la terrasse est :
$$\mathcal{V} = 24 \text{ m}^2 \times 15 \text{ cm}$$
$$\mathcal{V} = 24 \text{ m}^2 \times 0{,}15 \text{ m}$$
$$\mathcal{V} = 3{,}6 \text{ m}^3$$

4) Sachant que pour faire 1 m³ de bét nent, quelle masse de ciment (en kg) doivent-ils acheter pour réaliser 4 m³ de béton ?
Il faut donc 4 × 250 kg = 1 000 kg.

5) Pour faire du béton, on ajoute de l'eau à un mélange de ciment, de gravier et de sable. Dans ce mélange, les masses de ciment - gravier - sable sont dans le ratio 2 : 7 : 5.
Déterminer (en kg), la masse de gravier et la masse de sable nécessaires pour réaliser les 4 m³ de béton.

	Ciment	Gravier	Sable
Masse (kg)	1 000		
Part(s)	2	7	5

×500

Il faudra donc 7×500 kg $= 3\,500$ kg de gravier et 5×500 kg $= 2\,500$ kg de sable.

6) M. et Mme Martin souhaitent peindre la surface supérieure de leur terrasse. À l'aide des documents 1,2 et 3 , déterminer le type et le nombre de pots nécessaires pour effectuer ces travaux avec un coût minimum.

Document 1 : Pots de peinture proposés

	Pot A	Pot B
Contenance (en litres)	5	10
Prix (en euros)	79,90	129,90

Document 2 : L'offre du mois

Moins 50 %
sur le deuxième article
identique

Document 3

Deux couches de peinture sont nécessaires.
1 litre de peinture permet de réaliser une couche de 5 m².

On sait que l'aire à peindre est 24 m².
D'après le document 3, pour une couche de peinture, il faudra donc $24 \div 5 = 4{,}8$ L. Donc pour les deux couches, il faudra 9,6 L de peinture.
D'après le document 1, il faudra donc 2 pots A ou 1 pot B.
D'après le document 2, les deux pots A coûteront : 79,90 € + 39,95 € = 119,85 €.
Comme un pot B coûte 129,90 €, alors il faudra deux pots A pour effectuer ces travaux avec un coût minimum.