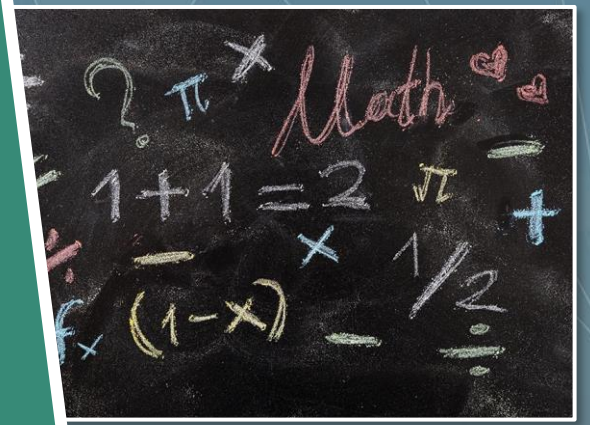




Séquence n°1
Utiliser le calcul littéral
pour démontrer (I)



A la fin je saurais faire

- Compétences travaillées – évaluées
- 1) Maitriser le calcul littéral
- Savoir développer
 - Savoir réduire
 - Savoir factoriser
 - Calculer la valeur d'une expression

Question flash 1



Exercice :

Effectue les calculs suivants en détaillant les étapes :

$$A = 45 - 5 \times 6$$

$$B = \frac{4}{5} + \frac{6}{7}$$

$$C = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$$

Question flash 1



$$A = 45 - 5 \times 6 = 45 - 30 = 15 \text{ (priorité opératoire : multiplication)}$$

$$B = \frac{4}{5} + \frac{6}{7} = \frac{4 \times 7}{5 \times 7} + \frac{6 \times 5}{7 \times 5} = \frac{28}{35} + \frac{30}{35} = \frac{58}{35}$$

$$C = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 5}{4 \times 6} = \frac{15}{24}$$

Question flash 2



Exercice :

Effectue les calculs suivants en détaillant les étapes :

$$A = 140 - 6,5 \times 4 + 3 \times 7$$

$$B = \frac{5}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{5}$$

Aller plus loin :

$$C = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{7}{8}$$

Question flash 2



$$A = 140 - 6,5 \times 4 + 3 \times 7 = 140 - 26 + 21 = 114 + 21 = 135$$

$$B = \frac{5}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{5}{7} + \frac{3 \times 2}{5 \times 7} = \frac{5}{7} + \frac{6}{35} = \frac{5 \times 5}{7 \times 5} + \frac{6}{35} = \frac{25}{35} + \frac{6}{35} = \frac{31}{35}$$

Aller plus loin :

$$C = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{1 \times 2}{4 \times 5} + \frac{3 \times 7}{5 \times 8} = \frac{2}{20} + \frac{21}{40} = \frac{2 \times 2}{20 \times 2} + \frac{21}{40} = \frac{4}{40} + \frac{21}{40} = \frac{25}{40}$$

Question flash 3



Exercice :

Effectue les calculs suivants en détaillant les étapes :

$$A = -5 + (-7)$$

$$B = -8 + 19$$

$$C = 25 - (-14)$$

Aller plus loin :

$$D = -15 + 9 - 17 - (-24)$$

Question flash 3



Exercice :

$$A = -5 + (-7) = -(5 + 7) = -12$$

$$B = -8 + 19 = +(19 - 8) = 11$$

$$C = 25 - (-14) = 25 + (+14) = 25 + 14 = 39$$

$$D = -15 + 9 - 17 - (-24)$$

$$D = -(15 - 9) - 17 - (-24)$$

$$D = -6 - 17 - (-24)$$

$$D = -(6 + 17) - (-24)$$

$$D = -23 - (-24)$$

$$D = -23 + (+24)$$

$$D = +(24 - 23)$$

$$D = +1$$

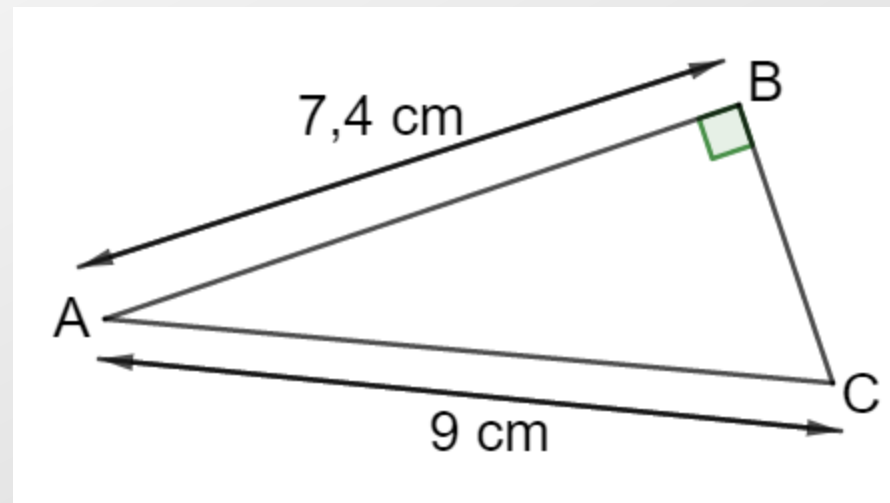
$$D = 1$$

Question flash 4



Exercice :

Calcule la longueur BC. (Arrondir au millimètre près)



Question flash 4



Exercice :

Calcule la longueur BC. (Arrondir au millimètre près)

Ce triangle ABC est rectangle en B, donc on peut utiliser le théorème de Pythagore.

L'hypoténuse est le côté [AC] donc on obtient l'égalité :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$9^2 = 7,4^2 + BC^2$$

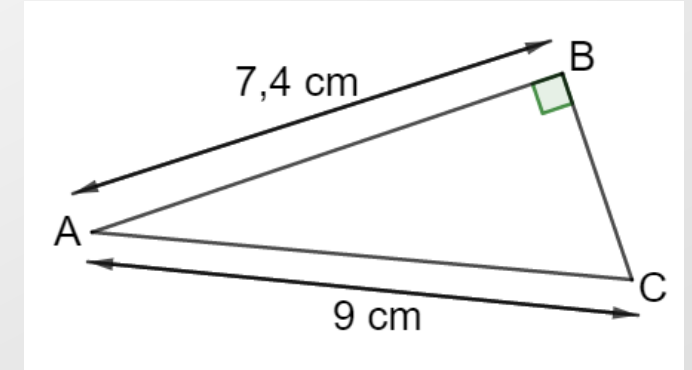
$$81 = 54,76 + BC^2$$

$$BC^2 = 81 - 54,76$$

$$BC^2 = 26,24$$

$$BC = \sqrt{26,24} \approx 5,12$$

Les mesures sont en centimètres donc arrondir au millimètre signifie prendre le chiffre suivant c'est-à-dire celui après la virgule. Donc [BC] mesure environ 5,1 cm.



Question flash 5



Exercice :

Effectue les calculs suivants en détaillant les étapes :

$$A = \frac{3}{4} + \frac{7}{8} \times \frac{5}{9} - \frac{4}{3}$$

Aller plus loin :

$$B = -\frac{4}{5} + \left(-\frac{7}{20}\right)$$

Question flash 5



$$A = \frac{3}{4} + \frac{7}{8} \times \frac{5}{9} - \frac{4}{3} = \frac{3}{4} + \frac{7 \times 5}{8 \times 9} - \frac{4}{3}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{35}{72} - \frac{4}{3}$$

$$= \frac{3 \times \mathbf{18}}{4 \times \mathbf{18}} + \frac{35}{72} - \frac{4 \times \mathbf{24}}{3 \times \mathbf{24}}$$

$$= \frac{24}{72} + \frac{35}{72} - \frac{96}{72}$$

$$= -\frac{37}{72}$$

Question flash 5



Aller plus loin :

$$B = -\frac{4}{5} + \left(-\frac{7}{20}\right) = -\frac{4 \times 4}{5 \times 4} + \left(-\frac{7}{20}\right) = -\frac{16}{20} + \left(-\frac{7}{20}\right) = -\left(\frac{16}{20} + \frac{7}{20}\right) = -\frac{23}{20}$$



Problématique de la séquence

A quoi sert le calcul littéral ?

Progresser dans l'utilisation du calcul littéral

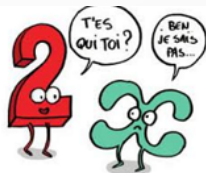


Séance 1

Le calcul littéral :

Qu'est-ce que cela évoque pour moi ?

Mes connaissances : Qu'est-ce que cela évoque pour moi ?



1) Qu'est-ce que le calcul littéral en maths pour toi ?

2) Sais-tu réduire une expression ?

Réduis l'expression suivante :

$$A = 6x + x^2 + 8 - 2x + 4x^2 - 12 - 7x =$$

3) Sais-tu développer une expression ?

Développe puis réduis les expressions suivantes :

$$A = 4(2x + 8) =$$

$$B = (2x - 5)(3x - 7) =$$

4) Sais-tu factoriser une expression ?

Factorise l'expression suivante :

$$A = 6x + 24 =$$

5) Sais-tu calculer la valeur d'une expression ?

Calcule la valeur de l'expression A pour $x = 3$

$$A = 2x^2 - 6x - 8 =$$

Durée : 10 min

Simple distributivité

Regrouper

Calculer

Familles

Facteur commun

Double distributivité

Remplacer

A quoi sert le calcul littéral ?



- Au collège :

Pour résoudre des équations, des petits problèmes
Pour écrire des programmes de calculs
Pour démontrer des petites propriétés

- Au lycée :

Pour résoudre des équations et des problèmes plus complexes
Pour étudier des fonctions
Pour démontrer des propriétés mathématiques

- Dans la vie :

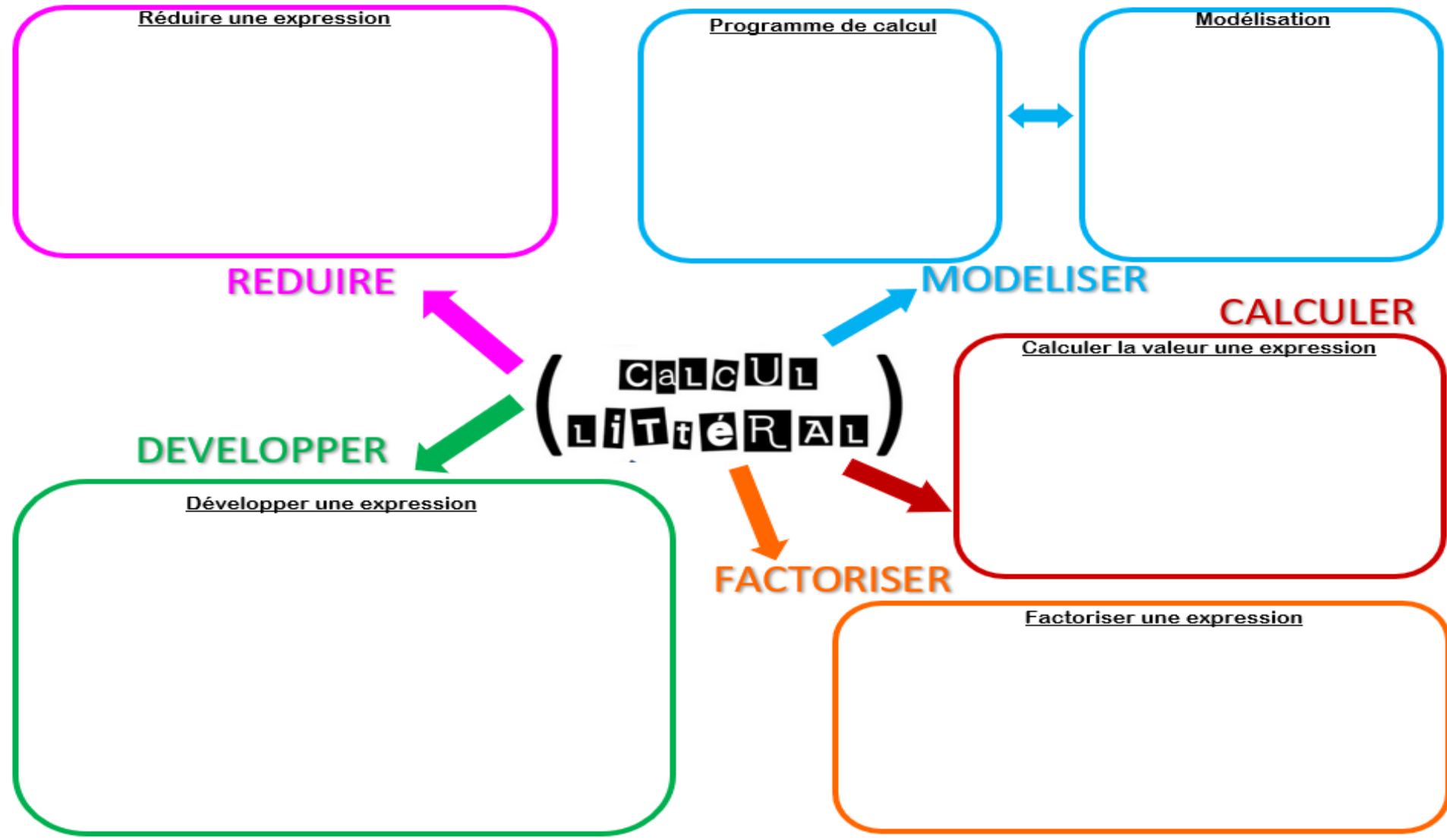
Pour démontrer, faire des calculs automatisés, ...
Pour créer des modèles (météo, physique,)
Pour créer des programmes informatiques

Au collège , en calcul littéral j'apprends à :



- Ecrire une expression simple (5°)
- Réduire une expression (5°)
- Calculer la valeur d'une expression (5°)
- Développer une expression (4°)
- Factoriser une expression (4°)
- Modéliser un problème par une expression (3°)
- (3°)

Une carte mentale pour faire le point



Une carte mentale pour faire le point



Réduire une expression

Il faut regrouper les éléments par famille. La famille des x^2 , la famille des x et la famille des nombres

$$A = x^2 + 3x + 2x^2 + 7x + 6 - 4x + 8$$

REDUIRE

Une carte mentale pour faire le point



Réduire une expression

Il faut regrouper les éléments par famille. La famille des x^2 , la famille des x et la famille des nombres

$$A = x^2 + 3x + 2x^2 + 7x + 6 - 4x + 8$$

$$A = x^2 + 2x^2 + 3x + 7x - 4x + 6 + 8$$

$$A = 3x^2 + 6x + 14$$

REDUIRE

Une carte mentale pour faire le point

DEVELOPPER



Développer une expression

Développer une expression c'est transformer un produit en une somme.

Il faut utiliser les règles de la distributivité :

$$\text{(simple)} : k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$\text{(double)} : (a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Développer $(4x + 7)(3x - 4)$:



Une carte mentale pour faire le point

DEVELOPPER



Développer une expression

Développer une expression c'est transformer un produit en une somme.

Il faut utiliser les règles de la distributivité :

$$\text{(simple)} : k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$\text{(double)} : (a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Développer $(4x + 7)(3x - 4)$:

$$(4x + 7)(3x - 4) = 4x \times 3x + 4x \times (-4) + 7 \times 3x + 7 \times (-4)$$

$$(4x + 7)(3x - 4) = 12x^2 - 16x + 21x - 28$$

$$(4x + 7)(3x - 4) = 12x^2 + 5x - 28$$

S'entraîner pour progresser



Exercice 1 :

Réduis les expressions :

$$A = 7x + x^2 - 3x + 2x^2 - 8 + 7 + 12$$

$$B = 25 + 3x^2 + 4x^2 - 5x - 2x^2$$

Développe et réduis les expressions :

$$C = 3(2x + 7)$$

$$D = (2x + 5)(3x + 8)$$

$$E = 4(5x - 8)$$

$$F = (4x - 7)(3x + 4)$$

$$F = (-8x - 5)(-3x + 9)$$

Exercice 1 :

$$A = 7x + x^2 - 3x + 2x^2 - 8 + 7 + 12$$

On regroupe les termes par famille.

$$A = x^2 + 2x^2 - 3x + 7x - 8 + 7 + 12$$

$$A = 3x^2 + 4x + 11$$

$$B = 25 + 3x^2 + 4x^2 - 5x - 2x^2$$

$$B = -2x^2 + 3x^2 + 4x^2 - 5x + 25$$

$$B = 5x^2 - 5x + 25$$



Exercice 2 : pour aller plus loin

Soit x un nombre relatif. On donne les deux expressions littérales suivantes :

$$A = 3(2 - 4x) \qquad B = -6(2x - 1)$$

Démontre que ces deux expressions sont égales pour n'importe quelle valeur de x .



Exercice 2 : pour aller plus loin

Soit x un nombre relatif. On donne les deux expressions littérales suivantes :

$$A = 3(2 - 4x) \quad B = -6(2x - 1)$$

Démontre que ces deux expressions sont égales pour n'importe quelle valeur de x .

On développe et réduit chaque expression pour voir si on peut obtenir le même résultat (la même expression réduite)

$$A = 3(2 - 4x) = 3 \times 2 - 3 \times 4x = \mathbf{6 - 12x}$$

$$B = -6(2x - 1) = -6 \times 2x - 6 \times (-1) = -12x + 6 = \mathbf{6 - 12x}$$

On obtient les deux mêmes expression réduites donc les deux expressions A et B sont égales.



Exercice 3 : pour aller plus loin (DNB)

x désigne un nombre relatif.

L'expression littérale C est égale au produit de la somme de x et de 5 par la différence entre $2x$ et 1.

Démontre que l'expression C est égale à : $2x^2 + 9x - 5$.



Exercice 3 : pour aller plus loin (DNB)

x désigne un nombre relatif.

L'expression littérale C est égale au produit de la somme de x et de 5 par la différence entre $2x$ et 1.

Démontre que l'expression C est égale à : $2x^2 + 9x - 5$.

Il faut commencer par traduire la phrase « produit de la somme de x et de 5 par la différence entre $2x$ et 1 » par une expression littérale :

- la somme de x et de 5 : $(x + 5)$

- la différence entre $2x$ et 1 : $(2x - 1)$

Puis on doit faire le produit, ce qui donne : $(x + 5)(2x - 1)$

On n'obtient pas l'expression demandée. Il faut la développer puis la réduire pour voir ce qu'on obtient :

$$\begin{aligned}(x + 5)(2x - 1) &= x \times 2x + x \times (-1) + 5 \times 2x + 5 \times (-1) \\ &= 2x^2 - x + 10x - 5 \\ &= 2x^2 + 9x - 5\end{aligned}$$

On obtient bien l'expression C donnée.

S'entraîner pour progresser



Travail à la maison :



Séance 2

Calculer la valeur d'une expression

Factoriser une expression

Une carte mentale pour faire le point

CALCULER

Calculer la valeur une expression

Il faut remplacer la variable x par la valeur donnée.

Calculer $A = 2x^2 + 7x - 12$ pour $x = 3$



Une carte mentale pour faire le point



CALCULER

Calculer la valeur une expression

Il faut remplacer la variable x par la valeur donnée.

Calculer $A = 2x^2 + 7x - 12$ pour $x = 3$

$$A = 2 \times 3^2 + 7 \times 3 - 12$$

$$A = 2 \times 9 + 21 - 12$$

$$A = 18 + 21 - 12$$

$$A = 27$$

S'entraîner pour progresser



Exercice 4 :

$$A = 3x^2 - 6x + 10$$

$$B = (2x - 5)(-3x + 6)$$

- 1) **Calcule** la valeur des expressions A et B pour $x = 4$.
- 2) **Calcule** la valeur des expressions A et B pour $x = -2$.
- 3) **Calcule** la valeur des expressions A et B pour $x = 0$.

**Exercice 4 :**

$$A = 3x^2 - 6x + 10$$

$$B = (2x - 5)(-3x + 6)$$

1) **Calcule** la valeur des expressions A et B pour $x = 4$.

$$A = 3 \times 4^2 - 6 \times 4 + 10 = 3 \times 16 - 24 + 10 = 48 - 24 + 10 = 34$$

$$B = (2 \times 4 - 5) \times (-3 \times 4 + 6) = (8 - 5) \times (-12 + 6) = 3 \times (-6) = -18$$

2) **Calcule** la valeur des expressions A et B pour $x = -5$.

$$A = 3 \times (-5)^2 - 6 \times (-5) + 10 = 3 \times 25 + 30 + 10 = 75 + 30 + 10 = 115$$

$$B = (2 \times (-5) - 5) \times (-3 \times (-5) + 6) = (-10 - 5) \times (15 + 6) = (-15) \times 21 = -315$$

3) **Calcule** la valeur des expressions A et B pour $x = 0$.

$$A = 3 \times 0^2 - 6 \times 0 + 10 = 0 + 0 + 10 = 10$$

$$B = (2 \times 0 - 5) \times (-3 \times 0 + 6) = (-5) \times 6 = -30$$

Une carte mentale pour faire le point



FACTORISER

Factoriser une expression

Factoriser une expression c'est transformer une somme en un produit.

Il faut rechercher un facteur commun.

Factoriser $A = 16x^2 + 24x$

Une carte mentale pour faire le point



FACTORISER

Factoriser une expression

Factoriser une expression c'est transformer une somme en un produit.

Il faut rechercher un facteur commun.

Factoriser $A = 16x^2 + 24x$

$$A = 8 \times 2 \times x \times x + 8 \times 3 \times x$$

$$A = 8 \times x \times 2 \times x + 8 \times x \times 3$$

$$A = 8 \times x \times (2 \times x + 3)$$

$$A = 8x(2x + 3)$$

S'entraîner pour progresser



Exercice 5 :

Factorise les expressions suivantes :

$$A = 7x - 14$$

$$B = 12t + 6$$

$$C = a^2 + 3a$$

$$D = 4b^2 - 12$$

$$E = 2t^2 - 3t$$

$$F = 4x^2 + 20x$$

$$G = -5x^2 + 25$$

$$H = -10 - 16a$$

**Exercice 5 :**

$$A = 7x - 14 = 7 \times x - 7 \times 2 = 7 \times (x - 2)$$

$$B = 12t + 6 = 6 \times 2t + 6 \times 1 = 6(2t + 1)$$

$$C = a^2 + 3a = a \times a + 3 \times a = a(a + 3)$$

$$D = 4b^2 - 12 = 4 \times b^2 - 4 \times 3 = 4(b^2 - 3)$$

$$E = 2t^2 - 3t = t \times 2t - 3 \times t = t(2t - 3)$$

$$F = 4x^2 + 20x = 4x \times x + 4x \times 5 = 4x(x + 5)$$

$$G = -5x^2 + 25 = -5 \times x^2 + 5 \times 5 = 5 \times (-x^2 + 5)$$

$$H = -10 - 16a = -5 \times 2 - 8 \times 2 \times a = -2 \times (5 + 8a)$$

S'entraîner pour progresser



Travail à la maison :



Séance 3

Modéliser

Une carte mentale pour faire le point



Programme de calcul

- Choisir un nombre
- Ajouter 7
- Multiplier le résultat par 3
- Ajouter le double du nombre de départ

Modélisation



MODELISER



Une carte mentale pour faire le point



Programme de calcul

- Choisir un nombre
- Ajouter 7
- Multiplier le résultat par 3
- Ajouter le double du nombre de départ



Modélisation

Choisir un nombre : x

Ajouter 7 : $x + 7$

Multiplier le résultat par 3

$$3 \times (x + 7)$$

Ajouter le double du nombre de départ :

$$3 \times (x + 7) + 2x$$

MODELISER

Une carte mentale pour faire le point



Réduire une expression

Il faut regrouper les éléments par famille. La famille des x^2 , la famille des x et la famille des nombres

$$A = x^2 + 3x + 2x^2 + 7x + 6 - 4x + 8$$

$$A = x^2 + 2x^2 + 3x + 7x - 4x + 6 + 8$$

$$A = 3x^2 + 6x + 14$$

REDUIRE

Programme de calcul

- Choisir un nombre
- Ajouter 7
- Multiplier le résultat par 3
- Ajouter le double du nombre de départ

Modélisation

Choisir un nombre : x

Ajouter 7 : $x + 7$

Multiplier le résultat par 3

$$3 \times (x + 7)$$

Ajouter le double du nombre de départ :

$$3 \times (x + 7) + 2x$$

MODELISER

CALCULER

DEVELOPPER

FACTORISER

(CALCUL
LITTÉRAL)

Calculer la valeur une expression

Il faut remplacer la variable x par la valeur donnée.

Calculer $A = 2x^2 + 7x - 12$ pour $x = 3$

$$A = 2 \times 3^2 + 7 \times 3 - 12$$

$$A = 2 \times 9 + 21 - 12$$

$$A = 18 + 21 - 12$$

$$A = 27$$

Développer une expression

Développer une expression c'est transformer un produit en une somme.

Il faut utiliser les règles de la distributivité :

$$\text{(simple): } k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$\text{(double): } (a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Développer $(4x + 7)(3x - 4)$:

$$(4x + 7)(3x - 4) = 4x \times 3x + 4x \times (-4) + 7 \times 3x + 7 \times (-4)$$

$$(4x + 7)(3x - 4) = 12x^2 - 16x + 21x - 28$$

$$(4x + 7)(3x - 4) = 12x^2 + 5x - 28$$

Factoriser une expression

Factoriser une expression c'est transformer une somme en un produit.

Il faut rechercher un facteur commun.

Factoriser $A = 16x^2 + 24x$

$$A = 8 \times 2 \times x \times x + 8 \times 3 \times x$$

$$A = 8 \times x \times 2 \times x + 8 \times x \times 3$$

$$A = 8 \times x \times (2 \times x + 3)$$

$$A = 8x(2x + 3)$$

S'entraîner pour progresser



Exercice 7 :

Modélise les programmes de calcul suivants par une expression littérale.

- Choisir un nombre.
- Prendre le triple de ce nombre
- Ajouter 10 à ce nombre.
- Multiplier le résultat par 2

- Choisir un nombre.
- Ajouter 5 à ce nombre
- Multiplier le résultat par 3
- Soustraire 2 fois le nombre choisi au départ

- Choisir un nombre.
- Prendre le double de ce nombre
- Ajouter 6 à ce nombre.
- Multiplier le tout par 5.
- Soustraire 10 fois le nombre de départ au résultat obtenu.



Exercice 7 :

- Choisir un nombre.
- Prendre le triple de ce nombre
- Ajouter 10 à ce nombre.
- Multiplier le résultat par 2

- Choisir un nombre.
- Ajouter 5 à ce nombre
- Multiplier le résultat par 3
- Soustraire 2 fois le nombre choisi au départ

- Choisir un nombre.
- Prendre le double de ce nombre
- Ajouter 6 à ce nombre.
- Multiplier le tout par 5.
- Soustraire 10 fois le nombre de départ au résultat obtenu.

Exercice 7 :

- Choisir un nombre.
- Prendre le triple de ce nombre
- Ajouter 10 à ce nombre.
- Multiplier le résultat par 2

- Choisir un nombre.
- Ajouter 5 à ce nombre
- Multiplier le résultat par 3
- Soustraire 2 fois le nombre choisi au départ

- Choisir un nombre.
- Prendre le double de ce nombre
- Ajouter 6 à ce nombre.
- Multiplier le tout par 5.
- Soustraire 10 fois le nombre de départ au résultat obtenu.

$$(x \times 3 + 10) \times 2 = (3x + 10) \times 2$$

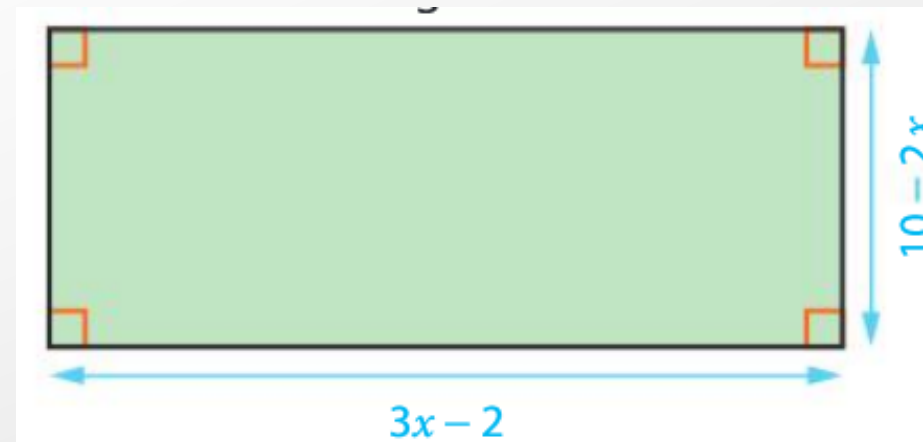
$$(x + 5) \times 3 - 2x$$

$$(2x + 6) \times 5 - 10x$$



Exercice 8 :

On considère le rectangle ci-contre :



Exprime en fonction de x :

- 1) Son périmètre sous forme réduite.
- 2) Son aire sous forme factorisée.
- 3) Son aire sous forme développée et réduite.

Exercice 8 :

1) Son périmètre sous forme réduite.

$$P = 2 \times (3x - 2) + 2 \times (10 - 2x)$$

$$P = 2 \times 3x - 2 \times 2 + 2 \times 10 + 2 \times (-2x)$$

$$P = 6x - 4 + 20 - 4x$$

$$P = 2x + 16$$

2) Son aire sous forme factorisée.

$$A = (3x - 2) \times (10 - 2x)$$

3) Son aire sous forme développée et réduite.

$$A = (3x - 2)(10 - 2x) = 3x \times 10 + 3x \times (-2x) - 2 \times 10 - 2 \times (-2x)$$

$$= -30x - 6x^2 - 20 + 4x$$

$$= -6x^2 - 26x - 20$$

